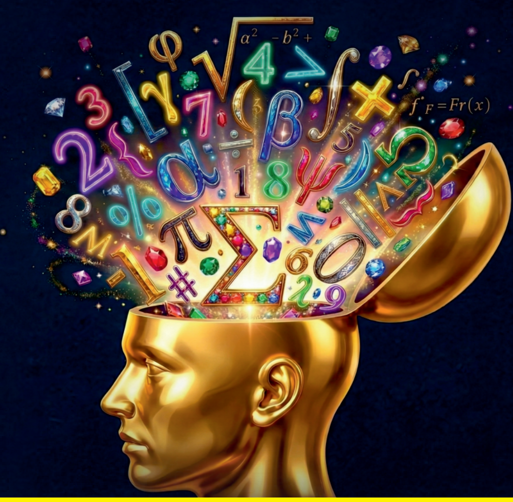
Usefull for : - SSC, Bank, Railway, CET, VDO, LDC
पटवार, राज. पुलिस, दिल्ली पुलिस, राज्य एवं
सभी केन्द्र स्तरीय परीक्षा

आपणी पढ़ाई

अंकगणित

ब्रह्मास्त्र



A.K. सर **पढ़ें वही, जो Examiner पूछे** रोहित सर

अंकगणित

ब्रह्मास्त्र

सभी प्रतियोगी परीक्षाओं के लिए रामबाण पुस्तक

APNI PADHAI PUBLICATION

Apni Padhai Publication

सिद्धमुख मोड़, राजगढ़ (चूरू)

© प्रकाशकाधीन

- Apni Padhai

- Apni Padhai

- 7568716768

मूल्य - ₹ 100 /-

इस पुस्तक के किसी भी भाग को प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना छापना या किसी इलेक्ट्रोनिक माध्यम से फोटोकॉपी, PDF, रिकॉर्डिंग या अन्य किसी विधि से वितरण नहीं किया जा सकता है, इसके सर्वाधिकार प्रकाशक के पास सुरक्षित हैं।

इस पुस्तक को तैयार करने में पूर्ण सावधानी बरती गई है पुस्तक में दिये गये तथ्य व विवरण उचित व विश्वसनीय स्रोतों से प्राप्त किये गये हैं, फिर भी इसमें किसी प्रकार की त्रुटि, गलती, कमी के लिए लेखक, प्रकाशक, सम्पादक, मुद्रक, विक्रेता जिम्मेदार नहीं होंगे। आप उक्त शर्तें मानते हुए ही यह पुस्तक खरीद रहे हैं।

हमारे प्रकाशन की पुस्तकें ऑर्डर करने के लिए हमारी वेबसाइट

WWW. APNI PADHAI PUBLICATION .COM

पर विजिट करें

भूमिका

प्रिय विद्यार्थियों,

आपकी उम्मीदों, आपके विश्वास और सरकारी नौकरी पाने के आपके जुनून ने मुझे गणित (Maths) की यह विशेष पुस्तक लिखने की प्रेरणा दी है। अक्सर विद्यार्थियों को गणित एक कठिन विषय लगता है, लेकिन मेरा मानना है कि सही दिशा और सही Approach मिले, तो यह सबसे आसान और मजेदार विषय बन सकता है।

हम सभी जानते हैं कि परीक्षा के अंतिम दिनों में समय कितना बहुमूल्य होता है। अक्सर मोटी किताबों को देखकर विद्यार्थी दबाव में आ जाते हैं और परीक्षा से ठीक पहले उनका पूर्ण रिविज़न करना लगभग असंभव हो जाता है। इसी समस्या को समझते हुए, मैंने इस पुस्तक को जानबूझकर संक्षिप्त (Concise) रखा है। यह पुस्तक 'गागर में सागर' के समान है।

बाजार में उपलब्ध भारी-भरकम किताबों के विपरीत, यह पुस्तक 'Short Notes' और 'To-the-Point' अध्ययन सामग्री पर आधारित है। इसमें अंकगणित (Arithmetic) के सभी चैप्टर को बहुत ही क्रमबद्ध तरीके से सजाया गया है। इस पुस्तक में सभी प्रकार के प्रश्नों को कवर किया गया है, हमने इसमें उन Smart Approaches को शामिल किया है जो परीक्षा हॉल में आपके कीमती समय को बचाएंगे और कठिन से कठिन प्रश्नों को आसानी से हल करने में मदद करेंगे। पुस्तक में वही सामग्री समाहित की गई है जो वर्तमान में Examiner पूछता है।

जैसे ही आप इन पृष्ठों को गहराई से देखेंगे, मुझे आशा है कि आपको न केवल वह ज्ञान मिलेगा जो आप चाहते हैं, बल्कि गणित के प्रति आपका डर खत्म हो जाएगा। मुझे पूर्ण विश्वास है कि अंकगणित (Arithmetic) की यह पुस्तक आपकी सफलता की यात्रा में 'रामबाण' साबित होगी।

मैं ईश्वर को धन्यवाद देता हूँ जिन्होंने मुझे यह किताब लिखने की शक्ति दी। मैं यह पुस्तक अपने माता - पिता और बड़े भाई समान आदरणीय रोहित सर को समर्पित करता हूँ जिनका स्नेह और मार्गदर्शन मेरे लिए हमेशा प्रेरणास्रोत रहा है, इनके सहयोग के बिना इस कार्य को पूरा करना संभव नहीं था। है। साथ ही अपने सहयोगी नवीन पूनियां का विशेष आभारी हूँ जिनके विशेष सहयोग से इस पुस्तक का प्रकाशन संभव हो पाया है।

A K SIR

INDEX

1. वैदिक गणित से कैलकुलेशन .... 1 - 6
2. प्रतिशत .... 7 - 14
3. लाभ - हानि .... 15 - 19
4. बट्टा .... 20 - 22
5. साधारण ब्याज .... 23 - 25
6. चक्रवृद्धि ब्याज .... 26 - 31
7. अनुपात - समानुपात .... 32 - 36
8. आयु .... 37 - 38
9. साझेदारी .... 39 - 41
10. मिश्रण .... 42 - 43
11. समय - कार्य .... 44 - 49
12. पाइप - टंकी .... 50 - 51
13. समय चाल दूरी .... 52 - 56
14. रेलगाड़ी .... 57 - 58
15. नाव - धारा .... 59 - 60
16. औसत .... 61 - 64
17. HCF - LCM .... 65 - 69
18. दशमलव भिन्न .... 70 - 72
19. संख्या पद्धति .... 73 - 80

1 वैदिक विधि से कैलकुलेशन

गणित के प्रश्नों को तेज गति से लिखित या मौखिक हल करना वैदिक गणित की विशेषता है।

(1) 9 से गुणा करने का तरीका –

Ex. 999 × 724

(724 - 1) / (999 - 723)

= 723 / 276 = **723276**

724 में से एक कम करके 723 लिखें
999 - 723 घटा कर लिखें

Ex. 9999 × 4375

(4375 - 1) / (9999 - 4374)

= 4374 / 5625 = **43745625**

(2) 11 से गुणा करने का तरीका –

Ex. 34 × 11

3 7 4

दायाँ अंक और बायाँ अंक दोनों और लिखें
सभी अंको को दायीं और से जोड़ कर लिखें

Ex. 342 × 11

3 7 6 2

Ex. 1234 × 11

1 3 5 7 4

(3) Cross method of 2 digit –

43 × 21

(Step - 1) 3 × 1 = **3**

(Step - 2) 4 × 1 + 2 × 3 = (4 + 6) = **10**

(Step - 3) 4 × 2 = **8**

8 +1 / 0 / 3

9 0 3

(4) Multiplication (Specific Types) (2 Digit) –

A. इकाई अंकों का योग 10 और दहाई अंक समान हो –

Ex. 43 × 47

(4 × 5) / (3 × 7)

20 / 21 = **2021**

अंतिम अंक 3 और 7 को गुणा करें
समान अंक 4 को अगले अंक 5 से गुणा करें

Ex. 84 × 86

(8 × 9) / (4 × 6)

72 / 24 = **7224**

B. जब इकाई अंक 5 हो और दहाई अंक समान हो –

Ex. 35 × 35 या $(35)^2$

(3 × 4) / (5 × 5) $(3 \times 4) / (5)^2$

12 / 25 = **1225** 12 / 25 = **1225**

Ex. 85 × 85

(8 × 9) / (5 × 5)

72 / 25 = **7225 (Ans.)**

पहले अंक को, अगले अंक से गुणा करके लिखें
25 अंत में लिखे

(5) (A+B) (A-B) नियम –

A जब अंतर 2 हो –

Ex. $79 \times 81 = (80 + 1)(80 - 1) = 80^2 - 1^2 = 6400 - 1 = \mathbf{6399}$

Ex. $44 \times 46 = (45 + 1)(45 - 1) = 45^2 - 1^2 = 2025 - 1 = \mathbf{2024}$

Ex. $26 \times 28 = (27 + 1)(27 - 1) = 27^2 - 1^2 = 729 - 1 = \mathbf{728}$

B. जब दो संख्याओं का अंतर 4 हो –

Ex. $32 \times 28 = (30 + 2)(30 - 2)$

$= 30^2 - 2^2 = 900 - 4 = \mathbf{896}$

Ex. $53 \times 57 = 55^2 - 2^2 = 3025 - 4 = \mathbf{3021}$

C. अन्य महत्वपूर्ण –

Ex. $33 \times 47 = (40 + 7)(40 - 7)$

$= 40^2 - 7^2 = 1600 - 49 = \mathbf{1551}$

Ex. $26 \times 38 = (32 - 6)(32 + 6)$

$= 32^2 - 6^2 = 1024 - 36 = 988$

(6) Multiply by, 5, 25, 125 –

$5 = \frac{10}{2}, \quad 25 = \frac{100}{4}, \quad 125 = \frac{1000}{8}$

Ex. $32 \times 5 = \frac{320}{2} = \mathbf{160}$

संख्या का आधा करें और जीरो लगायें

Ex. $243884 \times 5 = \frac{2438840}{2} = \mathbf{1219420}$

2 प्रतिशत (Percentage)

❖ प्रतिशत का अर्थ है "प्रति सौ" यानी हर 100 में से कितना हिस्सा।

उदाहरण के लिए, अगर आपके पास 100 रुपये हैं और आपने उसमें से 30 रुपये खर्च किए तो आपने अपने रुपये का 30% खर्च किया।

प्रतिशत को "%" चिन्ह द्वारा दर्शाया जाता है।

$$\% = \frac{1}{100} = 0.01$$

❖ महत्वपूर्ण बिंदु :–

प्रतिशत को भिन्न में बदलना (L-1)

$$20\% = 20 \times \frac{1}{100} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

भिन्न को प्रतिशत में बदलना (L-1)

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

महत्वपूर्ण भिन्न एवं उनके प्रतिशत

- $1 = 1 \times 100\% = 100\%$
- $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 100\% = 50\%$
- $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 100\% = 33\frac{1}{3}\% = 33.33\%$
- $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$
- $\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$
- $\frac{1}{6} = \frac{1}{6} \times 100\% = 16\frac{2}{3}\% = 16.67\%$
- $\frac{1}{7} = \frac{1}{7} \times 100\% = 14\frac{2}{7}\% = 14.28\%$
- $\frac{1}{8} = \frac{1}{8} \times 100\% = 12\frac{1}{2}\% = 12.50\%$
- $\frac{1}{9} = \frac{1}{9} \times 100\% = 11\frac{1}{9}\% = 11.11\%$
- $\frac{1}{10} = \frac{1}{10} \times 100\% = 10\%$
- $\frac{1}{11} = \frac{1}{11} \times 100\% = 9\frac{1}{11}\% = 9.09\%$
- $\frac{1}{12} = \frac{1}{12} \times 100\% = 8\frac{1}{3}\% = 8.33\%$
- $\frac{1}{13} = \frac{1}{13} \times 100\% = 7\frac{9}{13}\% = 7.69\%$
- $\frac{1}{14} = \frac{1}{14} \times 100\% = 7\frac{1}{7}\% = 7.14\%$
- $\frac{1}{15} = \frac{1}{15} \times 100\% = 6\frac{2}{3}\% = 6.67\%$
- $\frac{1}{16} = \frac{1}{16} \times 100\% = 6\frac{1}{4}\% = 6.25\%$
- $\frac{1}{17} = \frac{1}{17} \times 100\% = 5\frac{15}{17}\% = 5.88\%$
- $\frac{1}{18} = \frac{1}{18} \times 100\% = 5\frac{5}{9}\% = 5.56\%$
- $\frac{1}{19} = \frac{1}{19} \times 100\% = 5\frac{5}{19}\% = 5.263\%$
- $\frac{1}{24} = \frac{1}{24} \times 100\% = 4\frac{1}{6}\% = 4.16\%$
- $\frac{1}{25} = \frac{1}{25} \times 100\% = 4\%$
- $\frac{1}{30} = \frac{1}{30} \times 100\% = 3\frac{1}{3}\% = 3.33\%$
- $\frac{1}{50} = \frac{1}{50} \times 100\% = 2\%$

प्रतिशत को भिन्न में बदलना (L-2)

- $416\frac{2}{3}\% = 400\% + 16\frac{2}{3}\% = 4 + \frac{1}{6} = \frac{25}{6}$
- $814\frac{2}{7}\% = 800\% + 14\frac{2}{7}\% = 8 + \frac{1}{7} = \frac{57}{7}$

भिन्न को प्रतिशत में बदलना (L-2)

- $\frac{2}{7} = 2 \times \frac{1}{7} = 2 \times 14\frac{2}{7}\% = 28\frac{4}{7}\%$

3 लाभ - हानि (Profit - Loss)

❖ लाभ वह राशि है जब कोई वस्तु क्रय मूल्य से अधिक मूल्य पर बेची जाती है, और हानि वह राशि है जब उसे क्रय मूल्य से कम मूल्य पर बेचा जाता है।

❖ महत्वपूर्ण बिंदु –

- लाभ और हानि की गणना क्रय मूल्य पर होती है
- लाभ % = $\frac{\text{लाभ}}{\text{क्र.मू.}}$ हानि % = $\frac{\text{हानि}}{\text{क्र.मू.}}$

Type-1 मूलभूत प्रश्न

Q-1. एक व्यक्ति **5000** रु. में एक फोन खरीदता है, यदि वह इसे **5200** रु. में बेच दे तो लाभ प्रतिशत क्या होगा ?

(A) 3 % (B) 5%
(C) 4 % (D) 10%

Sol. लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य

लाभ = 5200 – 5000 = 200

$$\text{लाभ }\% = \frac{\text{लाभ}}{\text{क्र.मू.}} \times 100 = \frac{200}{5000} \times 100 = 4\% \text{ (Ans.)}$$

Q-2. **80** रु. में एक पेन खरीद कर एक व्यक्ति इसे बेचते समय **30** रु. का लाभ कमाता है तो उसका लाभ प्रतिशत क्या होगा ?

(A) 13% (B) 12.5%
(C) 37.5% (D) 10%

Sol. $$\text{लाभ }\% = \frac{\text{लाभ}}{\text{क्र.मू.}} \times 100 = \frac{30}{80} \times 100 = 37.5\% \text{ (Ans.)}$$

Q-3. एक व्यक्ति **1400** रु. में एक मेज को बेच कर **400** रु. का लाभ कमाता है तो उसका लाभ प्रतिशत क्या होगा?

(A) 20% (B) 25%
(C) 35% (D) 40%

Sol. लाभ हमेशा क्रय मूल्य पर होता है

वि.मू. = 1400 रु

लाभ = 400 रु

क्र.मू. = 1400 – 400 = 1000 रु

$$\text{लाभ }\% = \frac{\text{लाभ}}{\text{क्र.मू.}} \times 100$$

$$= \frac{400}{1000} \times 100 = 40\% \text{ (Ans.)}$$

Q-4. राम एक कम्प्यूटर **1000** रु. में खरीदता हैं और इसे रिपेयर कराने के लिए **500** रु. खर्च करता है यदि राम इसे **1000** रु. में बेचता है तो लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात करो–

(A) 50% (B) 33.33%
(C) 12.50% (D) 30%

वस्तु पर किया गया अतिरिक्त खर्च लागत मूल्य में जुड़ जाता है और लाभ या हानि की गणना इसी लागत मूल्य पर होती है

Sol. कुल लागत = 1000 + 500 = 1500 रु.

विक्रय मूल्य = 1000 रु.

हानि = 1500 – 1000 रु. = 500 रु.

$$\text{हानि }\% = \frac{500}{1500} \times 100 = 33.33\% \text{ (Ans.)}$$

Type-2 लाभ या हानि प्रतिशत पर आधारित प्रश्न

Q-5. एक टेबल को **2160** रु. में बेचने पर मनोज को **20%** लाभ होता है तो तो इस टेबल का क्रय मूल्य ज्ञात करे ?

(A) 1934 (B) 2400
(C) 1500 (D) 1800

Sol. लाभ = 20% = $\frac{1}{5}$ (1 → लाभ, 5 → क्रय मूल्य)

विक्रय मूल्य = 2160

अतः वि.मू. = 5 + 1 = 6 ⟶ 2160

1 ⟶ 360

तब क्रय मूल्य = 5 ⟶ 1800 रु (Ans.)

Q-6. मोहन एक की–बोर्ड को **30%** हानि पर **560** रु. में बेचता है तो इस की–बोर्ड का क्र.मू. ज्ञात करें ?

(A) 600 (B) 540
(C) 800 (D) 700

Sol. हानि % = 30 % = $\frac{3}{10}$

प्रश्नानुसार वि.मू. = 10 – 3 = 7 ⟶ 560

1 ⟶ 80

तब क्रय मूल्य = 10 ⟶ 800 रु. (Ans.)

5 साधारण ब्याज (SI)

❖ साधारण ब्याज (SI) = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

❖ महत्वपूर्ण बिन्दु –

- साधारण ब्याज (SI) की गणना, मूलधन पर होती है।
- साधारण ब्याज % = (दर% X समय)
- साधारण ब्याज प्रत्येक वर्ष समान प्राप्त होता है।
- मूलधन के बढ़ने पर, साधारण ब्याज भी बढ़ता है।
- 100 रु. पर एक वर्ष में दिये जाने वाले ब्याज को ब्याज की दर कहते है।
- मूलधन को हमेशा 100% मानकर गणना की जाती है।

Type-1 मूलधन पर ब्याज की गणना

Q-1. 800 रु. पर 5% की दर से 3 वर्ष का साधारण ब्याज क्या होगा ?

(A) 140 रु. (B) 130 रु.
(C) 120 रु. (D) 110 रु.

Sol. दर = 5%

3 वर्ष का सा. ब्याज = 5% X 3 = 15%

मूलधन का सा. ब्याज = 800 X 15% = 120 रु. (Ans.)

Q-2. किसी धनराशि पर 3% वार्षिक साधारण ब्याज की दर से 5 वर्ष का साधारण ब्याज 4500 रु. है तो वह धनराशि क्या होगी ?

(A) 20000 (B) 25000
(C) 30000 (D) 35000

Sol. दर = 3%

5 वर्ष का सा. ब्याज = 5 X 3% = 15%

प्रश्नानुसार 15 % ⟶ 4500

1 % ⟶ 300

मूलधन = 100 % ⟶ 30000 (Ans.)

Q-3. 40000 रु. पर 3.5% वार्षिक साधारण ब्याज की दर से 4 वर्ष के लिए साधारण ब्याज की गणना करे तो 4 वर्ष के बाद यह राशि कितनी हो जाएगी ?

(A) 45600 (B) 46600
(C) 47600 (D) 46700

Sol. दर = 3.5%

4 वर्ष का सा. ब्याज = 3.5% X 4 = 14%

मिश्रधन = मूलधन (100%) + सा. ब्याज (14%) = 114%

प्रश्नानुसार : मिश्रधन = 40000 X 114% = 45600 (Ans.)

> साधारण ब्याज व मिश्रधन दोनों की ही गणना मूलधन पर होती है

Q-4. यदि किसी धन पर 5 वर्ष के लिए 6% वार्षिक दर से लगा साधारण ब्याज मूलधन से 3500 रु. कम है, तो मूलधन क्या होगा ?

(A) 4000 (B) 3000
(C) 2000 (D) 5000

Sol. दर = 6%

मूलधन = 100%

सा. ब्याज (5 वर्ष) = 5 X 6% = 30% (अंतर 70%)

प्रश्नानुसार कमी = 70 % ⟶ 3500

= 1 % ⟶ 50

मूलधन = 100 % ⟶ 5000 (Ans.)

Type-2 जब ब्याज दर अलग अलग हो

Q-5. प्रथम 3 वर्ष के लिए साधारण ब्याज की दर 4%, अगले 5 वर्ष के लिए 2% और 8 वर्ष से आगे 1% वार्षिक है। यदि मोहन 18000 रु. 11 वर्ष के लिए निवेश करता है। तो उसका साधारण ब्याज क्या होगा ?

(A) 4500 (B) 4700
(C) 4800 (D) 4900

Sol. सा.ब्याज (SI) = दर (%) X समय

प्रथम 3 वर्ष का (SI) = 4% X 3 = 12%

अगले 5 वर्ष का (SI) = 2% X 5 = 10%

शेष 3 वर्ष का (SI) = 1% X 3 = 3%

कुल (11 वर्ष) का (SI) = (12 + 10 + 3) = 25%

अतः सा. ब्याज (SI) = 18000 X 25% = 4500 (Ans.)

6 चक्रवृद्धि ब्याज (CI)

❖ चक्रवृद्धि ब्याज वह ब्याज है जो मूलधन के साथ - साथ ब्याज पर भी लगता है।

❖ महत्वपूर्ण बिंदु –

- वार्षिक ब्याज दर पर पहले वर्ष का साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज समान होता है
- चक्रवृद्धि ब्याज, प्रत्येक वर्ष बढ़ता हैं जबकि साधारण ब्याज प्रत्येक वर्ष समान होता हैं
- चक्रवृद्धि ब्याज पर प्रत्येक धनराशि, निश्चित समय अंतराल में निश्चित गुणा होता हैं
- चक्रवृद्धि ब्याज से मूलधन में क्रमागत वृद्धि होती है अर्थात

चक्रवृद्धि ब्याज = क्रमागत वृद्धि = $x + y + \frac{x.y}{100}\%$

- $CI = P\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - 1\right]$; $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

यहाँ P = मूलधन, R = दर, T = समय, A = मिश्रधन

तथा CI = चक्रवृद्धि ब्याज SI = साधारण ब्याज

Type-I क्रमागत वृद्धि पर आधारित प्रश्न

Q-1. 8000 रु 2 वर्ष का 10% वार्षिक ब्याज दर से चक्रवृद्धि ब्याज क्या होगा ?

(A) 1980 (B) 1680

(C) 1430 (D) 1520

Sol. ● दर = 10% = $\frac{1}{10}$ (1 → CI, 10 → मूलधन)

10 ⟶ 11

10 ⟶ 11

मूलधन → 100 ... 121 ← मिश्रधन

21 ← चक्रवृद्धि ब्याज

प्रश्नानुसार मूलधन 100 ⟶ 8000 रु

1 ⟶ 80 रु

अतः च. ब्याज = 21 ⟶ **1680 रु (Ans.)**

Q-2. किसी धनराशि पर चक्रवृद्धि ब्याज की $16\frac{2}{3}\%$ दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 390 रु. है तो वह राशि क्या थी ?

(A) 1540 (B) 2020

(C) 1800 (D) 1080

Sol. ● दर = $16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$

6 ⟶ 7

6 ⟶ 7

मूलधन → 36 ... 49 ← मिश्रधन

13 ← चक्रवृद्धि ब्याज

चक्रवृद्धि ब्याज = 13 ⟶ 390रु.

1 ⟶ 30 रु.

अतः मूलधन = 36 ⟶ **1080 रु. (Ans.)**

Q-3. 24000 रु. पर 5% चक्रवृद्धि ब्याज की दर 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज क्या होगा ?

(A) 3783 (B) 3503

(C) 4275 (D) 4545

Sol. ● दर = 5% = $\frac{1}{20}$

20 ⟶ 21

20 ⟶ 21

20 ⟶ 21

मूलधन → 8000 ... 9261 ← मिश्रधन

1261 ← चक्रवृद्धि ब्याज

प्रश्नानुसार मूलधन = 8000 ⟶ 24000रु.

1 ⟶ 3 रु.

अतः चक्रवृद्धि ब्याज = 1261 ⟶ **3783 रु. (Ans.)**

Q-4. किस धनराशि पर चक्रवृद्धि ब्याज की 10% दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 1655 रु. है, तो वह राशि क्या है ?

(A) 3000 (B) 4000

(C) 5000 (D) 2000

Sol. ● दर = 10 % = $\frac{1}{10}$

10 ⟶ 11

10 ⟶ 11

10 ⟶ 11

मूलधन → 1000 ... 1331 ← मिश्रधन

331 ← चक्रवृद्धि ब्याज

प्रश्नानुसार चक्रवृद्धि ब्याज = 331 $\xrightarrow{\times 5}$ 1655 रु.

अतः मूलधन = 1000 $\xrightarrow{\times 5}$ **5000 (Ans.)**

7 अनुपात - समानुपात

❖ अनुपात (:) – दो या दो से अधिक राशियों के बीच में तुलनात्मक संबंध को अनुपात कहते हैं

❖ महत्वपूर्ण बिंदु –

- अनुपात की संख्याओं को सरल रूप में लिखा जाता है अर्थात इन्हें और सरल नहीं किया जा सकता है
- अनुपात काल्पनिक मान होता है अर्थात मूल मान नही होता है
- अनुपात का कोई मात्रक नही होता है
- अनुपात हमेशा समान राशियों के बीच होता है।
- अनुपात को भिन्न के रूप में भी लिख सकते हैं।

$$\frac{A}{B} = A : B$$

❖ समानुपात – वे दो अनुपात जो एक दुसरे के बराबर हैं समानुपात कहलाते हैं

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a : b = c : d \rightarrow a : b :: c : d$$

Type-1 समानुपात पर आधारित प्रश्न

Q-1. यदि 5 : 3 :: 80 : x तो x का मान होगा ?

(A) 45 (B) 48
(C) 50 (D) 52

Sol. 5 : 3 :: 80 : x

$5 \times x = 3 \times 80$

$x = \frac{3 \times 80}{5}$ = **48 (Ans.)**

Q-2. यदि 6 : x :: 42 : 49 तो x का मान होगा ?

(A) 7 (B) 9
(C) 11 (D) 13

Sol. 6 : x :: 42 : 49

$x \times 42 = 49 \times 6$

$x = \frac{49 \times 6}{42}$ = **7 (Ans.)**

Q-3. 5, 16 और 10 का प्रथमानुपाती क्या होगा ?

(A) 8 (B) 9
(C) 10 (D) 12

Sol. A : 5 :: 16 : 10

$A \times 10 = 5 \times 16$

$A = \frac{5 \times 16}{10}$ = **8 (Ans.)**

Q-4. 16 और 81 का मध्यानुपाती क्या होगा ?

(A) 36 (B) 40
(C) 44 (D) 48

Sol. A : x :: x : B → x^2 = A X B

मध्यानुपाती संख्या $(x) = \sqrt{AB} = \sqrt{16 \times 81}$

अतः 4 X 9 = **36 (Ans.)**

Q-5. 9 और 12 का तृतीय अनुपातिक क्या होगा ?

(A) 16 (B) 18
(C) 15 (D) 10

Sol. तृतीयानुपातिक $= \frac{B^2}{A} = \frac{12^2}{9} = \frac{144}{9}$

अतः तृतीयानुपातिक = **16 (Ans.)**

Q-6. 5, 25 और 46 का चतुर्थानुपातिक क्या होगा ?

(A) 200 (B) 210
(C) 230 (D) 250

Sol. चतुर्थानुपाती $= \frac{B \times C}{A} = \frac{25 \times 46}{5}$

अतः चतुर्थानुपाती = **230 (Ans.)**

Q-7. 25 और 121 का मध्यानुपातिक तथा 3, 6 और 11 का चतुर्थानुपातिक का अनुपात क्या होगा ?

(A) 5 : 2 (B) 4 : 2
(C) 6 : 5 (D) 4 : 3

Sol. मध्यानुपातिक $= \sqrt{AB} = \sqrt{25 \times 121}$ = 5 X 11 = 55

चतुर्थानुपातिक $= \frac{B \times C}{A} = \frac{6 \times 11}{3}$ = 22

अतः अनुपात = मध्यानुपातिक : चतुर्थानुपातिक

= 55 : 22 = **5 : 2 (Ans.)**

Type-2 विभिन्न अनुपातों पर आधारित प्रश्न

Q-8. 3 : 4 का वर्गानुपात क्या होगा ?

(A) 9 : 16 (B) 8 : 15
(C) 2 : 11 (D) 3 : 12

Sol. मूलानुपात = 3 : 4

वर्गानुपात = $3^2 : 4^2$ = **9 : 16 (Ans.)**

Q-9. 5 : 9 का घनानुपात क्या होगा ?

(A) 125 : 659 (B) 125 : 729
(C) 126 : 729 (D) 125 : 852

Sol. मूलानुपात = 5 : 9

घनानुपात = $5^3 : 9^3$ = **125 : 729 (Ans.)**

Q-10. 36 : 49 का वर्गमूलानुपात ज्ञात करें ?

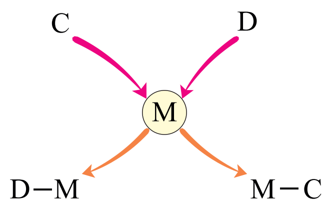
(A) 6 : 6 (B) 5 : 7
(C) 6 : 9 (D) 6 : 7

10 मिश्रण (Mixture)

❖ मिश्रण (Mixture) – जब दो या दो से अधिक चीजों को किसी अनुपात में मिलाया जाता है, तो उसे मिश्रण कहते हैं।

❖ पृथक्करण (Alligation) – यह एक नियम या विधि है, जिसका उपयोग यह पता लगाने के लिए किया जाता है कि दो वस्तुओं को किस अनुपात में मिलाया गया है ताकि वांछित औसत मूल्य प्राप्त हो सके।

- सस्ती वस्तु (C) – जिसका मूल्य कम हो
- महंगी वस्तु (D) – जिसका मूल्य ज्यादा हो
- औसत मूल्य (M) – मिश्रण का अंतिम मूल्य



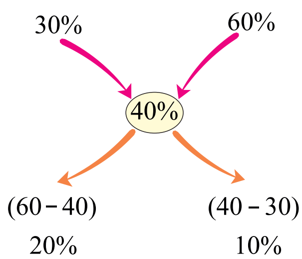
- तीनों मान (C, D, M) हमेशा एक ही इकाई में होने चाहिए

Type-I मूलभूत प्रश्न

Q-1. 30% एल्कोहाल विलयन को 60% एल्कोहल विलयन में किस अनुपात में मिलाया जाये कि मिश्रण में एल्कोहल 40% हो जाये ?

(A) 1 : 2 (B) 2 : 1
(C) 3 : 1 (D) 1 : 3

Sol.

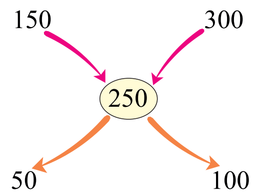


अनुपात = **2 : 1 (Ans.)**

Q-2. 150रु प्रति कि.ग्रा. वाली दाल को 300रु प्रति कि.ग्रा. वाली दाल में किस अनुपात में मिलाया जाये ताकि मिश्रण को 250रु प्रति कि.ग्रा. में बेचा जा सके –

(A) 4 : 3 (B) 1 : 2
(C) 3 : 2 (D) 2 : 1

Sol.



अनुपात = **1 : 2 (Ans.)**

Q-3. 30रु प्रति कि.ग्रा. क्रय मूल्य वाले कितने चावल 40 रु प्रति कि.ग्रा. क्रय मूल्य वाले चावल से मिलायें जायें ताकि 45रु प्रति कि.ग्रा. बेचने पर 25% का लाभ हो सके।

(A) 2 : 3 (B) 2 : 2
(C) 5 : 2 (D) 2 : 1

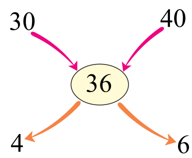
मिश्रण के लिए सभी इकाई समान होनी चाहिए इसलिए विक्रय मूल्य 45 रु का क्रय मूल्य बनाना चाहिए

Sol. लाभ = 25% = $\frac{1}{4}$ (1 → लाभ, 4 → क्रय मूल्य)

विक्रय मूल्य = 4 + 1 = 5 ⟶ 45

क्रय मूल्य = 4 ⟶ 36

मिश्रण द्वारा –

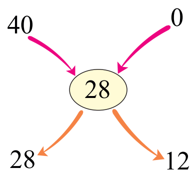


अनुपात = **2 : 3 (Ans.)**

Q-4. 40 रु. प्रति लीटर के दूध के साथ पानी किस अनुपात में मिलाया जाये कि मिश्रण का मूल्य 28 रु. प्रति लीटर हो जाये –

(A) 3 : 5 (B) 3 : 7
(C) 3 : 10 (D) 7 : 3

Sol. पानी का मूल्य हमेशा 0 रु. प्रति लीटर लेंगे –



अनुपात = 7 : 3 **(Ans.)**

11 समय और कार्य

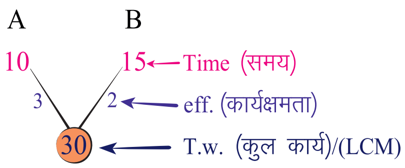
- प्रत्येक व्यक्ति अपनी कार्यक्षमता के अनुसार निश्चित समय में निश्चित कार्य करता है
- इकाई समय में किया गया कार्य ही कार्यक्षमता होती है
- एक व्यक्ति एक दिन में जितना कार्य करता है उतना ही वह प्रत्येक दिन करता है।
- यदि कोई व्यक्ति किसी कार्य को x दिनों में करे तो उसके एक दिन का कार्य भाग होगा $= \frac{1}{x}$
- मजदूरी का बंटवारा कार्यक्षमता के आधार पर होता है। समय के आधार पर नहीं।
- कुल कार्य **(W)** = कार्यक्षमता **(E)** X समय **(T)**

Type-I मूलभूत प्रश्न

Q-1. A अकेला किसी कार्य को **10** दिनों में कर सकता है और B उसी कार्य को **15** दिनों में कर सकता है। A तथा B दोनों मिलकर इस कार्य को कितने दिनों में पूरा कर सकते है ?

(A) 5 दिन (B) 6 दिन
(C) 9 दिन (D) 8 दिन

Sol.

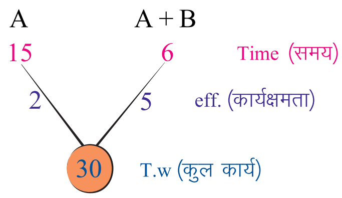


$$(A+B) \text{ का समय} = \frac{\text{कार्य}}{\text{कार्यक्षमता}} = \frac{30}{3+2} = \frac{30}{5} = 6 \text{ दिन (Ans.)}$$

Q-2. A कोई काम **15** दिनों में पूरा कर सकता है तथा A तथा B दोनों मिलकर इसी कार्य को **6** दिनों में पूरा कर सकते है। तो बताइऐ B अकेला इस कार्य को कितने दिनों में समाप्त कर सकते हैं।

(A) 12 दिन (B) 6 दिन
(C) 10 दिन (D) 15 दिन

Sol.



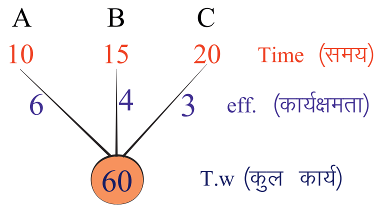
$$B \text{ की कार्य क्षमता} = (A+B) - (A) = 5 - 2 = 3$$

$$B \text{ की समय} = \frac{\text{कार्य}}{\text{कार्यक्षमता}} = \frac{30}{3} = 10 \text{ दिन (Ans.)}$$

Q-3. A, B तथा C एक कार्य को क्रमशः **10, 15** तथा **20** दिनों में पूरा कर सकते हैं। यदि तीनों मिलकर इस कार्य को करें तो कार्य कितने दिनों में समाप्त होगा?

(A) $5\frac{9}{13}$ दिन (B) $4\frac{8}{13}$ दिन
(C) $3\frac{9}{13}$ दिन (D) $4\frac{3}{8}$ दिन

Sol.



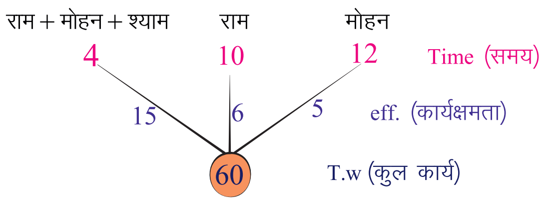
$$(A + B + C) \text{ का समय} = \frac{\text{कुल कार्य}}{\text{कुल कार्यक्षमता}} = \frac{60}{6+6+3}$$

$$= \frac{60}{13} = 4\frac{8}{13} \text{ दिन (Ans.)}$$

Q-4. राम, मोहन और श्याम मिलकर एक कार्य को **4** दिनों में समाप्त कर सकते हैं यदि राम और मोहन क्रमशः **10** और **12** दिन में कार्य को समाप्त कर सकते हैं तो श्याम अकेला इस कार्य को कितने दिन में समाप्त कर सकता है।

(A) 12 दिन (B) 20 दिन
(C) 15 दिन (D) 60 दिन

Sol.

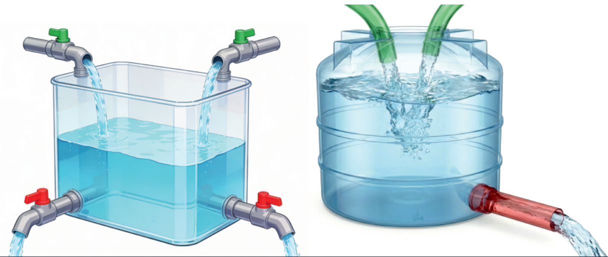


$$\text{श्याम की कार्यक्षमता} = 15 - 6 - 5 = 4$$

$$\text{श्याम का समय} = \frac{\text{कुल कार्य}}{\text{कुल कार्यक्षमता}} = \frac{60}{4} = 15 \text{ दिन (Ans.)}$$

12 पाइप और टंकी

- प्रत्येक नल अपनी कार्यक्षमता (Efficiency) के अनुसार निश्चित समय में निश्चित पानी भरता या खाली करता है।
- इकाई समय (1 मिनट या 1 घंटा) में नल द्वारा भरा गया या खाली किया गया पानी ही उस नल की कार्यक्षमता होती है।
- एक नल एक मिनट में जितना पानी भरता है, वह प्रत्येक मिनट उतना ही पानी भरता है ।
- यदि कोई नल पानी भरता है तो उसकी क्षमता को (+) धनात्मक लिया जाता है, और यदि वह खाली करता है तो उसे (–) ऋणात्मक लिया जाता है।
- टंकी के तल में यदि छेद हो तो वह भी पाइप ही माना जायेगा जो टंकी को खाली करता है
- **धारिता (Capacity) = कार्यक्षमता (E) X समय (T)**



Type-I मूलभूत प्रश्न

Q-1. पाइप A व B एक टैंक को क्रमशः 20 घण्टे व 30 घण्टे में भर सकते हैं। दोनों एक साथ उसे भर सकते हैं –

(A) 12 घण्टे में (B) 6 घण्टे में
(C) 15 घण्टे में (D) 8 घण्टे में

Sol.

	⊕ A	⊕ B	
Time (समय)	20	30	
eff. (कार्यक्षमता)	3	2	
T.C. (कुल धारिता)/(LCM)	60		

A+B का समय = $\frac{\text{कुल धारिता}}{\text{कार्यक्षमता}} = \frac{60}{3+2} = \frac{60}{5}$ = 12 घण्टे **(Ans.)**

Q-2. एक नल किसी हौज को 25 मिनट में भर सकता है और दूसरा 50 मिनट में खाली कर सकता है, यदि दोनों नल एक साथ खोल दिए जाए, तो हौज भरेगा –

(A) 20 मिनट में (B) 30 मिनट में
(C) 40 मिनट में (D) 50 मिनट में

Sol.

	⊕ A	⊖ B
Time (समय)	25	50
eff. (कार्यक्षमता)	2	1
T.C. (कुल धारिता)/(LCM)	50	

A+B का समय = $\frac{\text{कुल धारिता}}{\text{कार्यक्षमता}} = \frac{50}{+2-1} = \frac{50}{1}$

= 50 मिनट **(Ans.)**

Q-3. एक टंकी को नल A के द्वारा 10 मिनट में भरा जा सकता है। इसमें लगे नल B के द्वारा इसे खाली होने में कुल कितना समय लगेगा जब नल A और B दोनों साथ–साथ खुले होते हैं तो टंकी 30 मिनट में भरती है –

(A) 12 मिनट (B) 11 मिनट
(C) 15 मिनट (D) 90 मिनट

Sol.

	A	A + B
Time (समय)	10	30
eff. (कार्यक्षमता)	3	1
T.C. (कुल धारिता)/(LCM)	30	

B की कार्य क्षमता = (A+B) – (A) = 1 – 3 = – 2

ऋणात्मक चिन्ह टंकी को खाली करना दर्शाता है

B का समय = $\frac{\text{कुल धारिता}}{\text{कार्यक्षमता}} = \frac{30}{-2} = -15$

अतः पाइप B टंकी को खाली करेगा = 15 मिनट **(Ans.)**

Q-4. एक हौज 9 घण्टे में भरता है, परन्तु इसकी तली में एक छेद होने से यह एक घण्टा अधिक लेता है, यदि हौज पूरा भरा हो, तो यह छेद कितनी देर में हौज खाली कर देगा?

(A) 30 घण्टे (B) 90 घण्टे
(C) 45 घण्टे (D) 60 घण्टे

टंकी में छेद एक खाली करने वाला पाइप माना जायेगा

Sol.

	A	A + B
Time (समय)	9	10
eff. (कार्यक्षमता)	10	9
T.C. (कुल धारिता)/(LCM)	90	

B की कार्य क्षमता = (A+B) – (A) = 9 – 10 = – 1

ऋणात्मक चिन्ह टंकी को खाली करना दर्शाता हैं

B का समय = $\frac{\text{कुल धारिता}}{\text{कार्यक्षमता}} = \frac{90}{-1} = -90$

टंकी का छेद (पाइप B) खाली करेगा = 90 घण्टे **(Ans.)**

Q-5. दो नल एक हौज को 3 घंटे तथा 4 घंटे में भर सकते हैं, तथा एक निकास नल उसे 2 घंटे में खाली कर सकता है, यदि तीनों नल खोल दिए जाएँ, तो हौज कितने समय में भरेगा ?

(A) 5 घण्टे (B) 8 घण्टे
(C) 10 घण्टे (D) 12 घण्टे

Sol.

	⊕ A	⊕ B	⊖ C
Time (समय)	3	4	2
eff. (कार्यक्षमता)	4	3	6
T.C. (कुल धारिता)/(LCM)	12		

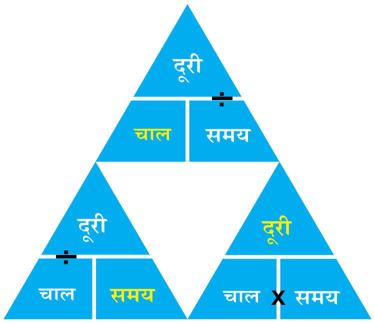
A + B + C का समय = $\frac{\text{कुल धारिता}}{\text{कार्यक्षमता}} = \frac{12}{4+3-6} = \frac{12}{1}$

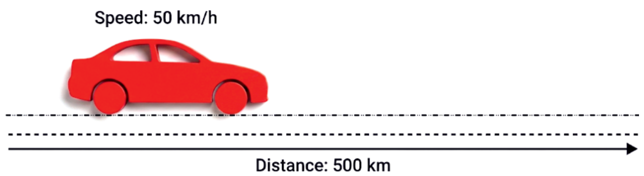
= 12 घण्टे **(Ans.)**

13 समय, चाल और दूरी

❖ चाल (Speed) – इकाई समय में चली गयी दूरी को चाल कहते है

- चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$
- समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$
- दूरी = चाल × समय





Type-1 मूलभूत प्रश्न

- किलोमीटर / घंटा(km/hr) को मीटर / सेकंड(m/s) में बदलना

$$\frac{km}{hr} \times \frac{5}{18} = \frac{m}{sec}$$

- मीटर / सेकंड(m/s) को किलोमीटर / घंटा(km/hr) में बदलना

$$\frac{m}{sec} \times \frac{18}{5} = \frac{km}{hr}$$

Q-1. एक बस की चाल 100 मी. प्रति सैकेण्ड है तो इसकी चाल कि.मी. प्रति घंटा में क्या हैं ?

(A) 180 (B) 360
(C) 250 (D) 420

Sol. चाल = $100 \frac{\text{मी}}{\text{सै}} \times \frac{18}{5} = 360 \frac{\text{किमी}}{\text{घंटा}}$ (Ans.)

Q-2. किसी कार की चाल 80 कि.मी. प्रति घंटा हैं। तो मीटर प्रति सैकेण्ड में इसकी चाल होगी ?

(A) 22 मी./सैं (B) 25 मी./सैं
(C) 22 मी./सैं (D) 28 मी./सैं

Sol. चाल = $80 \frac{\text{किमी}}{\text{घंटा}} \times \frac{5}{18}$

$= \frac{200}{9} = 22\frac{2}{9} \frac{\text{मी}}{\text{सै}}$ (Ans.)

Q-3. एक धावक 200 मीटर की दौड़ 24 सैकेण्ड में पूरी करता है, उसकी चाल (किमी/घंटा में) हैं ?

(A) 20 (B) 26
(C) 24 (D) 30

Sol. चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{200}{24} \frac{\text{मी}}{\text{सै}}$

$= \frac{200}{24} \times \frac{18}{5} \frac{\text{किमी}}{\text{घंटा}} = 30 \frac{\text{किमी}}{\text{घंटा}}$ (Ans.)

Q-4. एक कार 54 किमी/घंटा की चाल से 15 घंटों में कितनी दूरी तय करेगी ?

(A) 810 km (B) 900 km
(C) 890 km (D) 790 km

Sol. दूरी = चाल x समय

दूरी = $54 \frac{\text{किमी}}{\text{घंटा}} \times 15$ घंटा = 810 किमी. (Ans.)

Q-5. यदि मनोज 20 किमी. प्रति घंटा की चाल से दौड़े तो वह 400 मी. की दूरी कितने समय में तय कर लेगा ?

(A) 60 sec. (B) 72 sec.
(C) 80 sec. (D) 100 sec.

Sol. समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{400 \text{ मीटर}}{20 \text{ किमी./घंटा}} = \frac{400 \text{ मीटर}}{20 \times \frac{5}{18} \frac{\text{मीटर}}{\text{सैकेण्ड}}}$

= 72 सैकेण्ड (Ans.)

Type-2 दूरी समान होने पर आधारित प्रश्न

- जब दूरी स्थिर (Constant) हो – चाल और समय एक–दूसरे के व्युत्क्रमानुपाती होते हैं। यदि चाल बढ़ती है, तो समय घटता है

चाल – A ↘ B
समय – B ↙ A

- जब समय स्थिर (Constant) हो – दूरी और चाल एक–दूसरे के समानुपाती होते हैं।
- जब चाल स्थिर (Constant) हो – दूरी और समय एक–दूसरे समानुपाती होते हैं।

15 नाव और धारा

- **स्थिर जल (शांत जल)** – ऐसा जल जिसमें किसी प्रकार की गति या बहाव न हो, उसे स्थिर जल कहते हैं।
- **प्रवाह (धारा)** – नदी, नहर या अन्य जलस्रोत में गतिशील जल को प्रवाह या जलधारा कहते हैं।
- **धारा के विरुद्ध गति (ऊर्ध्वप्रवाह/प्रतिकूल प्रवाह)** – जब कोई नाव या वस्तु जल की धारा की दिशा के विपरीत चलती है, तो इस गति को प्रतिकूल प्रवाह कहा जाता है।
- **धारा के साथ गति (अनुप्रवाह/अनुकूल प्रवाह)** – जब कोई नाव या वस्तु जल की धारा की दिशा में ही चलती है, तो इस गति को अनुकूल प्रवाह कहते हैं।

Type-I मूलभूत प्रश्न

Q-1. एक नाव स्थिर जल में 13 किमी./घण्टा की चाल से चल सकती है, यदि धारा की गति 4 किमी./घण्टा है, तो 68 किमी. अनुप्रवाह (बहाव के अनुकूल) चलने में नाव को कितना समय लगेगा?

(A) 2 घण्टे (B) 3 घण्टे
(C) 4 घण्टे (D) 5 घण्टे

Sol. स्थिर जल में नाव की चाल (B) = 13 किमी./घंटा

धारा की चाल (W) = 4 किमी./घंटा

धारा के अनुकूल चाल (B + W) = 13 + 4 = 17 किमी./घंटा

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{68}{17} = 4 \text{ घंटे (Ans.)}$$

Q-2. एक नाव की गति धारा की विपरीत दिशा में 40 km/h है तथा स्थिर जल में 55 km/h है। नाव की गति नदी की धारा की दिशा में क्या होगी ?

(A) 75 km/h (B) 70 km/h
(C) 60 km/h (D) 65 km/h

Sol. विपरीत चाल (B – W) = 40 km/h

स्थिर जल में नाव की चाल (B) = 55 km/h

धारा की चाल (W) = 55 – 40 = 15 km/h

अनुकूल चाल (B+W) = 55 + 15 = 70 km/h (Ans.)

Type-2 अनुकूल और प्रतिकूल चाल पर आधारित प्रश्न

Q-3. एक व्यक्ति अपनी यात्रा धारा के प्रतिकूल 16 km/h की दर से और धारा के अनुकूल 28 km/h की दर से करे, तो उसकी वास्तविक चाल क्या होगी ?

(A) 32 km/h (B) 56 km/h
(C) 22 km/h (D) 21 km/h

Sol. धारा के अनुकूल चाल (B + W) = 28 km/h

धारा के विपरीत चाल (B – W) = 16 km/h

$$B = \frac{28+16}{2} = \frac{44}{2} = 22 \text{ (Ans.)}$$

$$W = \frac{28-16}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

पहली वैल्यू = जोड़ कर आधा
दूसरी वैल्यू = घटा कर आधा

Q-4. एक व्यक्ति 6 km/h पर डाउनस्ट्रीम और 2 km/h पर अपस्ट्रीम में तैर सकता है, स्थिर जल में उसकी गति बताइये

(A) 4 km/h (B) 2 km/h
(C) 3 km/h (D) 2.5 km/h

Sol. डाउनस्ट्रीम चाल (B + W) = 6 km/h

अपस्ट्रीम चाल (B – W) = 2 km/h

$$B = \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ km/h (Ans.)}$$

$$W = \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ km/h}$$

Q-5. एक नाव 8 घण्टे में धारा के विपरीत दिशा में 40 किमी. चलती है तथा 6 घंटे में धारा के अनुकूल 36 किमी. जाती है। शांत जल में नाव की चाल है ?

(A) 6.5 km/h (B) 5.5 km/h
(C) 6 km/h (D) 5 km/h

Sol. धारा के अनुकूल चाल (B + W) = $\frac{36}{6}$ = 6 km/h

धारा के विपरीत चाल (B – W) = $\frac{40}{8}$ = 5 km/h

$$B = \frac{6+5}{2} = \frac{11}{2} = 5.5 \text{ km/h (Ans.)}$$

17 लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक

❖ **महत्तम समापवर्तक (H.C.F)** – वह बड़ी से बड़ी संख्या है, जो दो या दो से अधिक संख्याओं को पूर्णतः विभाजित करे अर्थात x, y, z का HCF x, y और z को पूर्णतः विभाजित करेगा।

✎ **HCF, सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखंड होता है**

❖ **लघुत्तम समापवर्त्य (L.C.M)** – वह छोटी से छोटी संख्या है, जो दो या दो से अधिक संख्याओं से पूर्णतः विभाजित हो अर्थात x,y,z का LCM x,y और z से पूर्णतः विभाजित होगा।

✎ **LCM, सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणज होता है**

✎ भिन्न का ल.स.प. = $\frac{\text{अंश का LCM}}{\text{हर का HCF}}$

✎ भिन्न का म.स.प. = $\frac{\text{अंश का HCF}}{\text{हर का LCM}}$

✎ जब दी गई संख्याओं का आधार समान हो, तो उच्चतम घात वाली संख्या दी गई संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य होगी।

$7^2, 7^4, 7^9$ का ल.स.प = 7^9

✎ जब आधार समान न हो और आधार में कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड न हो, तो दी गई संख्याओं का गुणनफल ल.स.प. होगा।

$2^3, 3^5, 5^4$ का ल.स.प = $2^2 \times 3^5 \times 5^4$

✎ जब दी गई संख्या का आधार समान हो, तो सबसे कम घात वाली संख्या दी गई संख्याओं का म.स.प. होगा।

$7^2, 7^4, 7^9$ का म.स.प. = 7^2

✎ जब आधार समान न हो और आधार में कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड न हो, तो दी गई संख्याओं का म.स.प. 1 होगा।

$2^2, 3^5, 5^4$ का म.स.प. = 1

Type-I मूलभूत प्रश्न

Q-1. 36 और 45 का HCF क्या होगा ?

(A) 6 (B) 18

(C) 12 (D) 9

Sol.

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

3	45
3	15
5	5
	1

$36 = 2^2 \times 3^2$ उभयनिष्ठ गुणनखंड ही HCF होता है

$45 = 3^2 \times 5^1$

अतः HCF = 3^2 = **9 (Ans)**

विकल्पः HCF संख्याओं का न्युनतम अंतर या अंतर का गुणनखंड होता है जिससे सभी संख्याएँ पूर्णत भाज्य होती है।

36 व 45 का अंतर = 9

36 व 45 दोनों संख्याएँ 9 से भाज्य है

अतः HCF = **9 (Ans)**

Q-2. 48, 72 और 90 का HCF क्या होगा ?

(A) 12 (B) 6

(C) 24 (D) 9

Sol. 48 72 90

18 ← न्युनत्तम अंतर

18 X 1

9 X 2

6 X 3

18, HCF नही होगा क्योंकि 48 भाज्य नहीं है

18 के गुणनखंड 6 से सभी संख्या भाज्य होती हैं

अतः HCF = **6 (Ans.)**

Q-3. 545, 613, 1258, 1564, 1565, 1892 का HCF क्या होगा?

(A) 52 (B) 1

(C) 17 (D) 13

Sol. 545, 613, 1258, 1564, 1565, 1892

1 ← न्युनत्तम अंतर

1 से सभी संख्या भाज्य होती है अतः HCF = **1 (Ans.)**

Q-4. 15, 12, 20, 10 का LCM क्या होगा ?

(A) 120 (B) 60

(C) 80 (D) 72

Sol.

2	15, 12, 20, 10
2	15, 6, 10, 5
3	15, 3, 5, 5
5	5, 1, 5, 5
	1, 1, 1, 1

अतः = LCM = 2 X 2 X 3 X 5 = **60 (Ans.)**

विकल्पः LCM उभयनिष्ठ गुणज होता है

☞ 10 – 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 ....

☞ 12 – 12, 24, 36, 48, 60, 72 ....

☞ 15 – 15, 30, 45, 60, 75, 90 ....

☞ 20 – 20, 40, 60, 80 ....

18 दशमलव और भिन्न

❖ भिन्न (Fraction) – भिन्न एक गणितीय अवधारणा है जिसके माध्यम से हम किसी पूर्ण वस्तु के भागों को प्रदर्शित करते हैं। यह पूर्ण कोई एकल वस्तु हो सकती है, जैसे एक पिज्जा या एक सेब, या फिर कई वस्तुओं का एक समूह भी हो सकता है।

◆ भिन्न को $\frac{p}{q}$ के रूप में निरुपित किया जाता है,

जहाँ p और q प्राकृतिक संख्याएँ हैं, $q \neq 0$

$$\text{भिन्न (Fraction)} = \frac{\text{अंश (Numerator)}}{\text{हर (Denominator)}}$$

❖ भिन्न मुख्यतः तीन प्रकार के होते हैं

(1) साधारण भिन्न – $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त की गई भिन्न (जहाँ $q \neq 0$) को साधारण भिन्न की संज्ञा प्रदान की जाती है।

जैसे : $\frac{1}{3}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}$ आदि

◆ साधारण भिन्न भी मुख्यतः तीन होती हैं –

(i) उचित भिन्न – यदि किसी भिन्न के अंश का मान उसके हर के मान से कम हो, तो वह उचित भिन्न कहलाती है।

जैसे : $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{9}{11}, \frac{6}{7}$ आदि

(ii) विषम भिन्न – यदि किसी भिन्न के अंश का मान हर के मान से अधिक हो, तो उसे विषम भिन्न कहते है।

जैसे : $\frac{6}{5}, \frac{9}{4}, \frac{7}{3}$ आदि

(iii) मिश्र भिन्न – ऐसी भिन्न जो एक पूर्णांक एवं भिन्न से मिलकर बनी होती है, मिश्र भिन्न कहलाती है।

जैसे : $2\frac{1}{3}, 4\frac{3}{7}$ आदि

(2) दशमलव भिन्न : ऐसी भिन्न जिसमें हर 10 अथवा 10 की कोई घात के रूप में हो, दशमलव भिन्न कहलाती है।

जैसे : $\frac{7}{10}, \frac{5}{100}, \frac{3}{5}, \frac{1}{2}$ आदि

(i) साधारण आवर्त दशमलव भिन्न – वह होती है जिसमें दशमलव बिंदु के तुरंत बाद ही संख्या दोहराई जाने लगती है उसे साधारण आवर्त दशमलव भिन्न कहते हैं।

जैसे : $\frac{7}{3} = 2.333...... = 2.\overline{3}$

(ii) मिश्रित आवर्त दशमलव भिन्न – वह होती है जिसमें दशमलव बिंदु के बाद एक या दो अंक स्थिर हों और फिर कुछ अंक दोहराए जाएँ, तो उसे मिश्रित आवर्त दशमलव भिन्न कहते हैं।

जैसे : $\frac{17}{18} = 0.9444...... = 0.9\overline{4}$

(3) वितत भिन्न – ऐसा भिन्न जिसका अंश या हर अथवा दोनों क्रमिक रूप से बढ़ता जाए, तो उसे वितत भिन्न कहा जाता है। जैसे :

$$3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{4}}} \qquad 5 - \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{4 + \cfrac{3}{2 + \cfrac{1}{3}}}}$$

Type-I दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलना

◆ साधारण आवर्त दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलना

$$.\overline{a} = \frac{a}{9} \qquad \overline{ab} = \frac{ab}{99}$$

9 की संख्या उतनी ही आएगी जितनी बार संख्या की पुनरावृत्ति होगी

◆ मिश्र आवर्त दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलना

$$.a\overline{b} = \frac{ab - a}{90} \qquad .a\overline{bc} = \frac{abc - a}{990}$$

जिस अंक की पुनरावृत्ति न हो उस को कुल संख्या से घटाते हैं और अंश में लिखते हैं तथा दशमलव के बाद जितने अंक की पुनरावृत्ति हो रही है उतनी बार हर में 9 लिखते हैं लेकिन दशमलव के बाद पुनरावृत्ति नहीं होने वाले अंको के बराबर 0 लिखते हैं

Q-1. $0.\overline{34}$ किस साधारण भिन्न के बराबर है ?

(A) $\frac{35}{99}$ (B) $\frac{34}{999}$ (C) $\frac{34}{99}$ (D) $\frac{34}{90}$

Sol. $0.\overline{34} = \frac{34}{99}$ **(Ans)**

Q-2. $1.\overline{36}$ किस साधारण भिन्न के बराबर है ?

(A) $\frac{15}{11}$ (B) $\frac{36}{99}$ (C) $\frac{136}{999}$ (D) $\frac{136}{110}$

Sol. $1.\overline{36} = 1 + \frac{36}{99} = 1 + \frac{4}{11} = \frac{15}{11}$ **(Ans)**

Q-3. 0.4777..... किस साधारण भिन्न के बराबर है ?

(A) $\frac{47}{90}$ (B) $\frac{43}{90}$ (C) $\frac{477}{999}$ (D) $\frac{43}{99}$

Sol. $0.4777..... = 0.4\overline{7} = \frac{47-4}{90} = \frac{43}{90}$ **(Ans)**

Q-4. 0.43542542.... किस साधारण भिन्न के बराबर है।

(A) $\frac{43499}{99900}$ (B) $\frac{43949}{99900}$ (C) $\frac{43499}{99090}$ (D) $\frac{43499}{99990}$

Sol. $0.43542542 = 0.43\overline{542}$

$0.43\overline{542} = \frac{43542 - 43}{99900} = \frac{43499}{99900}$ **(Ans)**

19 संख्या पद्धति

संख्या (Numbers)

वास्तविक संख्या
-3,-2,-1,0,1,2,3,4.......

$\pi, \frac{22}{7}, 4, -6, \sqrt{2}, \sqrt{3}, -\sqrt{5}, \sqrt{25}$

सम्मिश्र संख्या
$(a+ib)$

$i = \sqrt{-1}$

काल्पनिक संख्या
किसी ऋणात्मक संख्या का वर्गमूल

$i^2 = -1, \ i^4 = 1$

परिमेय संख्या (Rational number)
जिसे $\frac{p}{q}$ रूप में लिखा जा सकता है जहाँ $(q \neq 0)$

- $\sqrt{16} = \frac{4}{1} = 4$
- $-5 = -\frac{5}{1}$

अपरिमेय संख्या (Irrational number)
जिसे $\frac{p}{q}$ रूप में लिखा नहीं जा सकता

- $\sqrt{2} = 1.4142$........
- $\sqrt{3} = 1.7320$........

पूर्णांक संख्याएँ
.... -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5......

पूर्ण संख्याएँ
0, 1, 2, 3, 4, 5......

प्राकृतिक संख्याएँ
1, 2, 3, 4, 5......

इकाई संख्या
मात्र 1 गुणनखंड

(1)

अभाज्य संख्या
मात्र 2 गुणनखंड

(2 = 1, 2)

(3 = 1, 3)

(7 = 1, 7)

भाज्य संख्या
2 से अधिक गुणनखंड

(4 = 1,2,4)

(8 = 1,2,4,8)

(14 = 1,2,7,14)

विषम संख्या
(1,3,5,7....)

सम संख्या
(2,4,6,8.....)

✍ **सह–अभाज्य संख्या (Co-prime number)** – संख्याओं का ऐसा युग्म जिसका म.स.प.(H.C.F.) 1 होता है, सह–अभाज्य संख्या कहलाती है। (Ex. (2,3), (3,4), (3,5), (6,7), (8,11)

✍ **जुड़वा–अभाज्य संख्या (Twin-prime number)** – अभाज्य संख्याओं का ऐसा युग्म जिसमें 2 का अंतर होता है, जुड़वा–अभाज्य संख्या कहलाती है। Ex. (3,5),(5,7),(11,13)

इकाई अंक

❖ किसी भी संख्या, गुणनफल या घात का अंतिम अंक ही उसका इकाई अंक कहलाता है।

❖ नियम 1. जोड़/घटाव/गुणा – संख्याओं के पूरे मान को हल करने की जरूरत नहीं है, केवल उनके इकाई अंकों को ही हल करें।

❖ नियम 2. 0, 1, 5, 6 के लिए – अगर किसी संख्या का आधार 0, 1, 5, या 6 पर समाप्त होता है, तो उसकी घात चाहे कितनी भी हो, इकाई अंक बदलता नहीं है।

❖ नियम 3. 4 और 9 के लिए – इनकी चक्रीयता 2 होती है,

- संख्या 4 के लिए – 4 की सम घात के लिए इकाई अंक 6 और विषम घात के लिए इकाई अंक 4 होता है
- संख्या 9 के लिए – 9 की सम घात के लिए इकाई अंक 1 और विषम घात के लिए इकाई अंक 9 होता है

❖ नियम 4. 2, 3, 7, 8 के लिए – इनकी चक्रीयता 4 होती है, यानी हर 4 घात के बाद इकाई अंक रिपीट होता है।

घात / संख्या	$1/4n+1$	$2/4n+2$	$3/4n+3$	$4/4n$
2	2	4	8	6
3	3	9	7	1
7	7	9	3	1
8	8	4	2	6

Q-12. 245 + 926 + 549 + 758 में इकाई अंक ज्ञात करें

(A) 6 (B) 7
(C) 5 (D) 8

Sol. 245 + 926 + 549 + 758

5 + 6 + 9 + 8 = 28 = 8

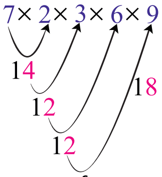
अतः पूरे उत्तर का इकाई अंक = 8 होगा। **(Ans.)**

Q-13. 357 x 412 x 213 x 416 x 319 में इकाई अंक ज्ञात करें

(A) 4 (B) 7
(C) 3 (D) 8

Sol. $357\times 412\times 213\times 416\times 319$

$7\times 2\times 3\times 6\times 9 = 8$



अतः इकाई अंक 8 होगा – **(Ans.)**

Q-14. 31! में इकाई अंक ज्ञात करें –

(A) 6 (B) 3
(C) 4 (D) 2

Sol. $31! = 31\times 30\times 29........5\times 4\times 3\times 2\times 1$

यहाँ 1 से 31 तक के गुणा मे $5\times 4 = 20$ मे इकाई अंक 0 है एक बार इकाई अंक 0 होने पर सभी इकाई अंक 0 से गुणा होकर 0 हो जायेंगे

अतः 31! मे इकाई अंक = 0 **(Ans.)**

Q-15. $(3415)^{544}$ में इकाई अंक ज्ञात करें –

(A) 3 (B) 5
(C) 4 (D) 0

Sol. यदि इकाई अंक 0,1,5,6 हो तो प्रत्येक घात के लिए इकाई अंक 0,1,5,6 ही होगा –

अतः $(3415)^{544} = (5)^{544} = 5$ इकाई अंक **(Ans.)**

Q-16. $(235)^{215} + (314)^{326} + (6736)^{213} + (3167)^{113}$ में इकाई अंक ज्ञात करें

(A) 4 (B) 3
(C) 2 (D) 1

Sol. $(235)^{215}$ और $(6736)^{213}$ मे इकाई अंक 5 व 6 ही होगा

$(314)^{326} = (4)^{326/\text{सम}} = 6$

(4 की सम घात पर इकाई अंक 6 होगा)

$(3167)^{113} = (7)^{\frac{13}{4}} = (7)^1 = 7$

(घात के अंतिम 2 अंको में 4 का भाग देवें और शेषफल लिखें)

इस प्रकार

$(235)^{215} + (314)^{326} + (6736)^{213} + (3167)^{113}$

$= 5 + 6 + 6 + 7 = 24 = 4$ **(Ans.)**

गुणनखंड

माना एक संख्या N है जहाँ

$$N = a^p \times b^q \times c^r$$

a, b, c = अभाज्य संख्याएं

p, q, r = उनकी घातें

- गुणनखंडो की कुल संख्या = $(p+1)(q+1)(r+1)$
- विषम गुणनखंडो की संख्या = $(q+1)(r+1)$
- सम गुणनखंडो की संख्या = $p(q+1)(r+1)$
- सभी गुणनखंडो का योग =

$(a^0 + a^1 + a^2.....a^p)\times(b^0 + b^1.....b^q)\times.......$

- विषम गुणनखंडो का योग =

$(b^0 + b^1 + ...b^q)\times(c^0 + c^1 + ...c^r)\times.......$

- सम गुणनखंडो का योग =

$(2^1 + 2^2 + ...2^p)\times(b^0 + b^1 + ...b^q)\times.......$

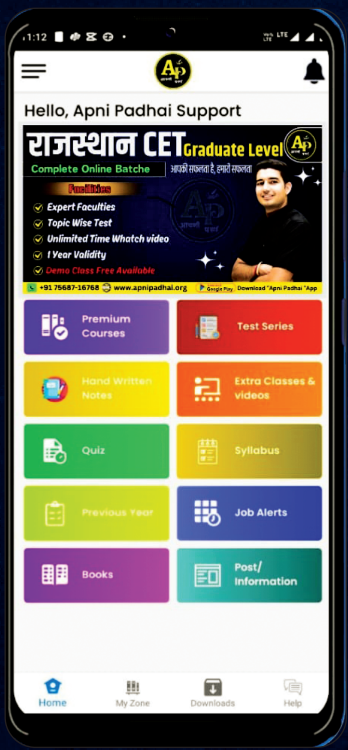
हमारे प्रकाशन की अन्य पुस्तकें

प्रतियोगी परीक्षाओं की सर्वश्रेष्ठ तैयारी कीजिए

Apni Padhai App

के साथ

- Expert Faculties
- Interactive Doubt Solving
- 24/7 Student Support



- Hand Written Notes
- Topic Wise Test Series
- Recorded Lectures

Apni Padhai Publication

किसी भी जानकारी के लिए WhatsApp, Call करें - +91 75-68-71-67-68

Fix Rate
MRP - 100 /-